TRABAJO PARA EL ALUMNADO PENDIENTE

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

1. Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & -5 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $D=\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$,

a) Calcula A^3.
b) Calcula D – BC.
c) Determina la matriz $X=\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ que verifica la ecuación AX+BC=D, sin utilizar ninguna matriz inversa.

2. Dadas las matrices siguientes,

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 9 & 3 & -3 \end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}:$$

a) Calcula la matriz inversa de A.
b) Encontrar una matriz X tal que AX – B = 2C

3. a) Calcula la matriz inversa de $M=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & -1 \\ -6 & 4 & -2 \end{pmatrix}$

b) Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$, encuentra una matriz X que verifique $X-B^2=A\cdot B$

4. Resuelve la ecuación matricial $M\cdot X=M+M^t$, siendo $M=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

5. Tres familias han comprado naranjas, manzanas y melocotones. La familia A ha comprado 1kg de cada fruta y ha pagado 10 euros, la familia B ha pagado 24 euros por 2kg de naranjas y 4 kg de melocotones, y la familia C se ha llevado 3 kg de manzanas y 3 kg de melocotones y ha pagado 24 euros. Calcular el precio de 1 kg de cada una de las frutas.

6. Un cliente ha comprado en un supermercado botellas de agua de medio litro, 2 litros y 5 litros, cuyos precios respectivos son 0,5 euros, 1 euro y 3 euros. En total ha comprado 24 botellas, que corresponden a una cantidad de 36 litros, y que le han costado 22 euros. Determinar cuántas botellas de cada tipo ha comprado.

7. María y Luis han realizado un desplazamiento en coche que ha durado 13 horas y durante el cual, un tiempo ha conducido María, otro ha conducido Luis y el resto han

descansado. Luis ha conducido 2 horas más de las que han descansado, y el total de horas de descanso junto con las de conducción de Luis es 1 hora menos que las que ha conducido María. Encontrar el número de horas que ha conducido cada uno y las que han descansado.

8. En una compañía envasan los bombones en cajas de 250 g, 500 g y 1 kg. Cierto día se envasaron 60 cajas en total, habiendo 5 cajas más de tamaño pequeño que de tamaño mediano. Sabiendo que el precio del kilo de bombones es de 40 € y que el importe total de los bombones envasados asciende a 1.250 €, ¿cuántas cajas se han envasado de cada tipo?

9. Estudiar el siguiente sistema para los distintos valores del parámetro λ. Resolverlo para λ=1.

$$\left.\begin{array}{r} \lambda + y - z = \lambda \\ x - y + 2z = 1 \\ 2x + y + \lambda z = 0 \end{array}\right\}$$

10. Estudiar para qué valores de *k* es compatible el sistema siguiente y Resolverlo para los valores de *k* que lo hacen compatible indeterminado.

$$\left.\begin{array}{r} 2x - y = 4 \\ -x + \dfrac{1}{2}y = -2 \\ x + ky = 2 \end{array}\right\}$$

11. Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{r} x + 2z = 0 \\ x + y + 2z = -\lambda \\ 2x + 3y = \lambda \end{array}\right\}$$

a) Resolverlo para λ=3.
b) Estudiarlo para cualquier valor de λ.

12. Dado el sistema de ecuaciones siguiente, dependiente del parámetro real *a*:

$$\left.\begin{array}{l} x + y + z = a - 1 \\ 2x + y + az = a \\ x + ay + z = 1 \end{array}\right\}$$

a) Discute el sistema para los distintos valores de *a*.
b) Resuelve el sistema para a=0.

13. Dado el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro *m*, que es un número real:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ mx+2y=m \\ 2x+my+4z=-1 \end{cases}$$

a) Discutir el sistema en función de los valores de *m*
b) Resuélvelo para *m*=1

14. En una fábrica se construyen dos tipos de aparatos, A y B. Ambos tipos de aparatos han de pasar por las secciones X e Y. Cada sección trabaja, como máximo, 100 horas a la semana. Cada aparato A lleva tres horas de trabajo de la sección X y una de la sección Y. Cada aparato B lleva una hora de trabajo de la sección X y dos de la sección Y. Cada aparato A se vende por 100 € y cada aparato B se vende a 150 €. Hallar cuántos aparatos de cada tipo se producirán para que el ingreso por ventas sea máximo.

15. Una fábrica textil elabora prendas de punto de calidades A y B. Las prendas de calidad A se fabrican con 1 unidad de lana y 2 unidades de fibra sintética, y las de calidad B con 2 unidades de lana y 1 de fibra sintética. Los beneficios obtenidos en la venta de las prendas son de 15 € para las de calidad A y 10 € para las de calidad B. Sabiendo que sólo se dispone de 180 unidades de lana y 240 de fibra sintética, determina cuántas prendas de cada tipo deben elaborarse para que el beneficio sea máximo. ¿A cuánto ascenderá dicho beneficio?

16. Una cadena de supermercados compra naranjas a dos distribuidores, A y B. Los distribuidores A y B venden las naranjas a 1000 y 1500 euros por tonelada, respectivamente. Cada distribuidor le vende un mínimo de 2 toneladas y un máximo de 7 y para satisfacer su demanda, la cadena debe comprar en total como mínimo 6 toneladas. La cadena debe comprar como máximo al distribuidor A el doble de naranjas que al distribuidor B. ¿Qué cantidad de naranjas debe comprar a cada uno de los distribuidores para obtener el mínimo coste? Determinar dicho coste mínimo.

17. En una empresa se producen dos tipos de artículos A y B, en cuya elaboración intervienen tres departamentos: cortado, montaje y embalado. Cada departamento trabaja 8 horas al día y mientras el producto A requiere sólo una hora de montaje y media de embalado, el producto B requiere dos horas de cortado y una de embalado. El beneficio que se obtiene por cada unidad de A es de 40 euros y por cada unidad de B de 35 euros. ¿Cómo debe distribuirse la producción diaria para maximizar el beneficio?

18. Un ayuntamiento desea ajardinar dos tipos de parcelas, tipo A y tipo B, y dispone de 6000 euros para ello. El coste de la parcela A es de 100 euros y el de la B de 150 euros. Se considera conveniente ajardinar al menos tantas parcelas de tipo B como las del tipo A y, en todo caso, no ajardinar más de 30 parcelas de tipo B. ¿Cuántas parcelas de cada tipo tendrá que ajardinar para maximizar el número total de parcelas ajardinadas?, ¿agotará el presupuesto disponible?

19. Una empresa estima que el beneficio que obtiene por cada unidad de producto que vende depende del precio de venta según la función $B(x) = -3x^2 + 12x - 9$, siendo B(x) el beneficio y x el precio por unidad de producto, ambos expresados en euros.

a) ¿Entre qué precios la función B(x) es creciente?

b) ¿En qué precio se alcanza el beneficio máximo?

c) ¿En qué precio el beneficio es 3?

20. Una panadería ha comprobado que el número de panes de un determinado tipo que vende semanalmente depende de su precio x en euros según la función f(x)=4500-1500x, donde f(x) es el número de panes vendidos cada semana y x el precio por unidad de pan. Calcular:

a) La función I(x) que expresa los ingresos semanales por la venta de ese tipo de pan en función del precio por unidad de pan, x.

b) El precio al que hay que vender cada pan para que dichos ingresos semanales sean máximos. ¿A cuánto ascenderán los ingresos semanales máximos?

21. En un modelo de coche el consumo de gasolina para velocidades comprendidas entre 20 y 160 km/h, viene dado por $C(x) = 8 – 0{,}045x + 0{,}00025x^2$ y viene expresado en litros consumidos cada 100 km recorridos a una velocidad constante de *x* km/h.

a) ¿Cuántos litros cada 100 km consume el coche si se conduce a una velocidad de 120 km/h?
b) ¿A qué velocidad consume menos? ¿Y cuánto consume?
c) ¿A qué velocidades se ha de conducir para consumir 10 litros cada 100 km?

22. En las cuatro primeras horas de un concierto, el número de miles de asistentes después de t horas, una vez comenzado, varía según la función: $f(t) = 2t^3 - 27t2 + 84t$, $0 \leq t \leq 4$. Hallar el número máximo de asistentes al concierto en ese intervalo de tiempo.

23. El beneficio semanal (en miles de euros) que obtiene una fábrica por la producción de aceite viene dado por la función $B(x) = -x^2 + 6x - 8$ donde x representa los hectolitros de aceite producidos en una semana.

a) Representar la función B(x) con $x \geq 0$.
b) Calcular los hectolitros de aceite que se debe producir cada semana para obtener el máximo beneficio. Calcular dicho beneficio máximo.

24. El coste de fabricación de un modelo de teléfono móvil viene dado por la función $C(x) = x^2 + 10x + 325$, donde x representa el número de teléfonos móviles fabricados. Supongamos que se venden todos los teléfonos fabricados y que cada teléfono se vende por 80 euros.

a) Determinar la función de beneficio (definido como ingreso menos coste) que expresa el beneficio obtenido en función de x.
b) ¿Cuántos teléfonos deben fabricarse para que el beneficio sea máximo? ¿A cuánto asciende dicho beneficio máximo?

c) ¿Para qué valores de x se tienen pérdidas (beneficios negativos)?

25. Calcula siguientes límites:

$$a)\ \lim_{x\to -2}\frac{x^3+5x^2+6x}{x^3+x^2-8x-12} \qquad b)\ \lim_{x\to +\infty}\frac{2x-\sqrt{6+x}}{2x+4} \qquad c)\ \lim_{x\to +\infty}\left(\frac{x^2-1}{x}-\frac{1+2x^2}{2x-1}\right)$$

26. Estudia y clasifica los puntos de discontinuidad de la siguiente función, razonando la respuesta:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3x^2-3x-6}{x+1} & si\ x<-1\\ 4x-5 & si\ -1<x\le 2\\ \dfrac{4}{x-2} & si\ x>2\end{cases}$$

27. Dada la siguiente función f(x), dependiente del parámetro a, número real:

$$f(x)=\begin{cases}-x+1 & si\ x\le -2\\ 2x+7 & si\ -2<x<1\\ ax^2-5x+6 & si\ x\ge 1\end{cases}$$

a) Estudia la continuidad de f(x) en x=-2
b) Halla *a* para que la función sea continua en x=1.
c) Para a=1, haz una representación gráfica de la función.

28. Dada la función $f(x)=\dfrac{ax^2-2b}{x^2+1}$, donde *a,b* ∈ $\mathbb{R}$:

a) Halla el dominio de f(x).
b) Halla *a* y *b* para que la función tenga una asíntota horizontal en y=2 y pase por el punto (0,4).
c) Para a=1 y b=1, halla f´(x).

29. Dada la función $f(x)=x^4+ax^3+bx+c$, donde *a, b* y *c* son números reales, halla sus valores para que la función cumpla las siguientes condiciones:

a) pase por el origen de coordenadas,
b) su derivada se anule en x = 0 y además,
c) la pendiente de la tangente a su gráfica en x = 1 valga 2.

30. Calcula las derivadas de las siguientes funciones, simplificando siempre que sea posible:

$a)\ y = x^2 Ln\left(\frac{1}{1+x}\right)$ $\quad b)\ y = e^{2x}\sqrt{1-x^2}$ $\quad c)\ y = (5x-1)e^{3x} + \mathrm{sen}^2\, 5x$

31. Hallar las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{2x^3 + x^2}{x-1}$ $\quad$ *b)* $g(x) = (1-x)^2 e^x$ $\quad$ *c)* $h(x) = \ln(2x^2 + 2)$

32. Dada la siguiente función, dependiente de los parámetros a y *b,* donde *a* y b son números reales, calcula sus valores para que la función sea continua para todo R:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2+1} & si\ x < 0 \\ ax + b & si\ 0 \le x \le 3; \\ x - 5 & si\ x > 3 \end{cases}$$

33. Dada la curva de ecuación $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 5x + 2$, calcular:

a) El dominio de definición.
b) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
c) Los máximos y los mínimos.

34. Calcular el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y = -x^2 + 2x + 8$ y el eje OX. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

35. Dada la curva de ecuación $y = \frac{3x^2 + 4}{x^2 - 3x + 2}$ y calcular:

a) El dominio de definición.
b) Las asíntotas.

36. Dada la curva de ecuación $y = \frac{x^2}{x^2 - x - 6}$, calcular:

a) El dominio de definición.
b) Las asíntotas.

37. Dada la curva de ecuación *y* = $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 9$ calcular:

a) El dominio de definición.
b) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
c) Los máximos y los mínimos.

38. Dada la curva de ecuación $y = \dfrac{x-2}{x^2+2x-3}$, calcular:

a) Dominio
b) Asíntotas

39. Dada la curva de ecuación $y = \dfrac{3x^2-5x-6}{x^2-x-2}$, calcular:

a) Dominio
b) Asíntotas

40. Dada la función $y = \dfrac{2x^2+1}{4-x^2}$

a) Hallar su dominio.

b) Determinar las asíntotas.

c) Hallar su función derivada $f'(x)$

41. Dada la función siguiente, $y = \dfrac{x^2+1}{x^2-1}$,

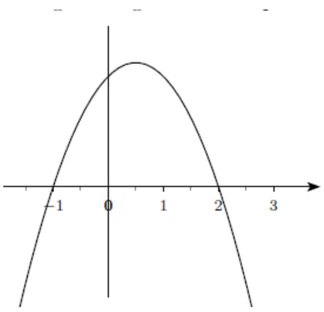
a) Calcula el dominio, puntos de corte con los ejes y simetría.
b) Calcula las asíntotas.
c) Estudia el crecimiento y los máximos y mínimos.
d) Representa la función.

42. Se considera la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & si\ x<0 \\ -x^2+2x+3 & si\ x \geq 0 \end{cases}$$

a) Representar gráficamente la función f.
b) Calcular el área del recinto acotado limitado por la gráfica de f y el eje OX.

43. La siguiente gráfica corresponde a la función f(x) = $-x^2 + x + a$, $a \in \mathbb{R}$.



Sabiendo que el área encerrada por el recinto acotado que limita la curva con el eje OX vale 9/2, utilizar esta información para hallar el valor del parámetro *a*.

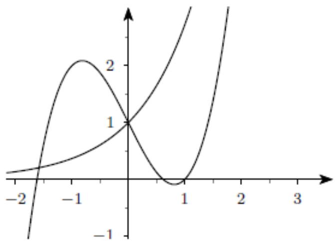
44. Hallar el área del recinto acotado limitado por las curvas $f(x) = x^2 + 2x + 2$, $g(x) = -x^2 - 2x$ y las rectas $x = -2$ y $x = 0$. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

45. Calcular el área comprendida entre la curva $y = x^2 + 2x + 2$, el eje OX y las rectas x=-1 y x=1. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

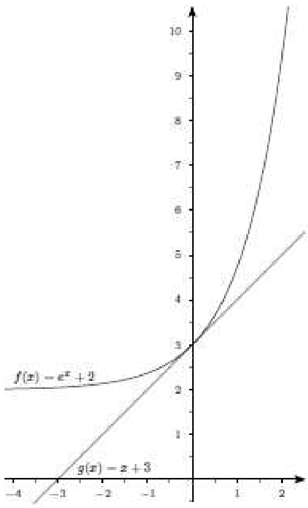
46. Calcular el área comprendida entre la curva $y = x^2 - 4x + 8$, el eje OX y las rectas $x = -1$ y $x = 1$. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

47. Calcular el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y = -x^2 + x + 6$ y el eje OX. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

48. Dadas las funciones $f(x) = x^3 - 2x + 1$ y $g(x) = e^x$, cuyas gráficas aparecen en la siguiente figura, hallar el área encerrada por las dos gráficas y las rectas $x = -1$ y $x = 0$.



49. Dadas las funciones $f(x) = e^x + 2$ y $g(x) = x + 3$, cuyas gráficas están representadas en la siguiente figura, hallar el área comprendida entre las dos curvas y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.



50. Calcular el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y = -x^2 + 8x$ y el eje OX.

51. Calcular el área comprendida entre la curva $y = x^2 - 6x + 10$, el eje OX y las rectas $x = 3$ y $x = -2x + 10$

52. Calcular el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y = 4 - x^2$ y la recta $y = x + 2$. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

53. Calcular el área de la región del plano comprendida entre las curvas $y = 4 - x^2$ e $y = 3x^2$. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

54. Calcular el área comprendida entre la curva $y = 3x^2 + 2x - 16$, el eje OX y las rectas $x = -2$ y $x = 4$. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

55. En una universidad, el 65% de sus miembros son estudiantes, el 25% profesores y el 10% personal de administración y servicios. Son mujeres el 60% de los estudiantes, el 47% de los profesores y el 52% del personal de administración y servicios. Si seleccionamos al azar un integrante de esa universidad:

a) Determinar la probabilidad de que sea mujer.
b) Sabiendo que la persona seleccionada ha resultado ser hombre, hallar la probabilidad de que sea estudiante.

56. Cierto día, la probabilidad de que llueva en la ciudad A es 0’3, la de que no llueva en la ciudad B es 0’6 y la de que llueva, al menos, en una de las dos ciudades es 0’5.

a) Calcular la probabilidad de no llueva en ninguna de las dos ciudades.

b) Calcular la probabilidad de que llueva en las dos. ¿Son independientes los sucesos ”llueve en la ciudad A” y ”llueve en la ciudad B”?

57. En un grupo de estudiantes, un 10% sabe inglés y alemán, un 50% sabe inglés pero no alemán y, entre los que saben alemán, un 40% sabe inglés.

a) ¿Qué porcentaje de estudiantes sabe inglés?
b) ¿Qué porcentaje sabe alemán?
c) ¿Qué porcentaje sabe alguno de los dos idiomas?

58. La probabilidad de aprobar la asignatura A es 2/3 y la de aprobar la asignatura B es 1/2. Además, la probabilidad de aprobar las dos es 1/4.

a) Hallar la probabilidad de no aprobar ninguna de las dos asignaturas.
b) Calcular la probabilidad de aprobar A, pero no B.

59. Un archivador contiene 70 exámenes del grupo 1, 50 del grupo 2, 100 del grupo 3 y 25 del grupo 4. El 5% de los exámenes del grupo 1, el 3% de los del grupo 2 y el 8% del grupo 3 está suspenso. En el grupo 4 no hay ningún suspenso.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que, al elegir un examen al azar, esté suspenso?
b) Se ha elegido un examen y está suspenso, ¿cuál es la probabilidad de que sea del grupo 2?

60. Según un estudio, el 35% de una población utiliza el autobús, mientras que el 65% restante no lo hace. En cuanto al tranvía, es utilizado por la mitad y no por la otra

mitad. Un 30% no utiliza ninguno de los dos transportes. Si se elige un individuo de la población al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que utilice alguno de los dos transportes?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que utilice los dos?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que utilice el tranvía, sabiendo que utiliza el autobús?

61. En una clase hay 15 chicos y 15 chicas que van a realizar el siguiente experimento aleatorio: se tiene una caja azul con 10 bolas numeradas de 1 a 10 y una caja verde con 5 bolas numeradas de 1 a 5, se elige al azar una persona de la clase, si es una chica, extrae una bola de la caja azul, y si es un chico, extrae una bola de la caja verde.

a) ¿Cuál es la probabilidad de extraer un numero par?
b) Si el número extraído ha sido par, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido extraído por una chica?

62. El contenido en nicotina de los cigarrillos de la marca Trucados sigue una distribución de media 0,6 mg y desviación típica 0,2 mg. Con el fin de verificar este dato se elige al azar una muestra de 50 cigarrillos de esa marca y se analiza el contenido.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el contenido medio en nicotina de la muestra supere los 0,65 mg?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el contenido medio en nicotina de la muestra se encuentre entre 0,5 mg y 0,62 mg?

63. En una determinada población se sabe que el 20% de la población usa gafas graduadas y el resto no. Tomamos una muestra de 256 personas. ¿Cuál es la probabilidad de que el porcentaje (o proporción) de personas que usan gafas graduadas esté entre el 15% y el 25%?

64. En una población el tiempo de desplazamiento de los trabajadores al lugar de trabajo sigue una distribución normal con desviación típica de 15 minutos. Tras realizar una encuesta a una muestra aleatoria de 60 trabajadores se ha encontrado que el tiempo medio de desplazamiento es de 45 minutos. Hallar un intervalo de confianza al 90% para el tiempo medio de desplazamiento al lugar de trabajo de los individuos de la población.

65. El peso (en gramos) de los pollos que llegan a un matadero sigue una distribución normal con desviación típica de 315 g. Sabiendo que una muestra de 64 pollos ha dado un peso medio de 2750 g, hallar un intervalo de confianza para el peso medio con un nivel de confianza del 97%.

66. De una muestra aleatoria de 600 alumnos de una universidad, 121 tienen beca. Calcular un intervalo de confianza al 90% para la proporción de alumnos de la universidad que tienen beca.

67. Tomando al azar una muestra de 90 alumnos de una facultad, se encontró que 50 de ellos eran mujeres. Hallar, con un nivel de confianza del 90%, un intervalo de confianza para estimar la proporción de alumnos de la facultad que son mujeres.

68. Un experimento consiste en comprobar si una madre puede distinguir el llanto de su hijo del llanto de otros niños. Sea p la proporción de madres que lo consiguen. Si en una muestra de 50 madres, 47 logran distinguirlo, determina un intervalo de confianza del 90% para la proporción de madres con esa capacidad.

69. La altura de los edificios de una ciudad sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 20 m. Calcular el tamaño mínimo que ha de tener una muestra aleatoria de dichos edificios para que el error cometido al estimar la altura media sea inferior a 2 m, con un nivel de confianza del 97%.

70. El tiempo de espera para ser atendido en la caja de un establecimiento sigue una distribución normal de desviación típica 5 minutos. Calcular el tamaño mínimo de la muestra para estimar, con un nivel de confianza del 95%, el tiempo medio de espera con un error que no sea superior a medio minuto. ¿Cuál es dicho tamaño mínimo para un nivel de confianza del 99%

71. Se supone que el número de horas semanales dedicadas al estudio por los estudiantes de una universidad sigue una distribución Normal de media desconocida y desviación típica 6. Para estimar la media de horas semanales de estudio se quiere utilizar una muestra de tamaño n. Calcular el valor mínimo de n para que con un nivel de confianza del 99%, el error en la estimación sea menor de 1 hora.

72. La puntuación de un test psicotécnico para una determinada población sigue una Normal con una desviación típica conocida σ. Para hallar un intervalo de confianza para la media de la población se ha tomado una muestra aleatoria simple de 100 individuos, obteniéndose una puntuación media de 25 puntos. Si el intervalo de confianza con un nivel de significación 0’05 construido a partir de los datos anteriores es (24,02; 25,98), hallar el valor de σ.