PAU MURCIA

MATEMÁTICAS II

ÁLGEBRA

1) Junio 2012

CUESTIÓN A.1:

a) **[1,5 puntos]** Discuta el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a:

$$\left.\begin{array}{lcr} x+y+z & = & 2 \\ x+ay+a^2z & = & -1 \\ ax+a^2y+a^3z & = & 2 \end{array}\right\}.$$

b) **[1 punto]** Resuelva el sistema cuando sea compatible.

2) Junio 2012

CUESTIÓN B.1: [2,5 puntos]

Se dice que una matriz cuadrada A es **ortogonal** si cumple que $A^t \cdot A = I$, donde I denota la matriz identidad y A^t es la traspuesta de A.

Determine para qué valores de los parámetros a y b la siguiente matriz es ortogonal

$$A = \begin{pmatrix} a & -a & b \\ a & a & 0 \\ 0 & b & -1 \end{pmatrix}.$$

3) Septiembre 2012

CUESTIÓN A.1:

a) **[1,25 puntos]** Determine para qué valores del parámetro a el conjunto de vectores $S = \{(1,a,1),(1-a,a-1,0),(1,1,a)\}$ forma una base de $\mathbb{R}^3$.

b) **[1,25 punto]** Estudie el rango del conjunto de vectores S en los casos en que no forme una base de $\mathbb{R}^3$.

4) Septiembre 2012

CUESTIÓN B.1:

a) **[1,25 puntos]** Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, calcule las potencias A^2, A^3 y A^4.

b) **[1,25 puntos]** Calcule A^{2012}.

5) Septiembre 2011

CUESTIÓN A.1: Sabiendo que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ x & y & z \end{vmatrix} = 6$, calcule, sin utilizar la regla de Sarrus, el valor del siguiente determinante, indicando en cada paso qué propiedad (o propiedades) de los determinantes se está utilizando.

$$\begin{vmatrix} 5 & 5 & 5 \\ a & b & c \\ \frac{x}{2}+3a & \frac{y}{2}+3b & \frac{z}{2}+3c \end{vmatrix}$$ **[2.5 puntos]**

---

6) Septiembre 2011

CUESTIÓN B.1:

a) Determine para qué valores del parámetro a la matriz

$$A = \begin{pmatrix} a^2 & a & a \\ a & a^2 & 1 \\ a & 1 & a^2 \end{pmatrix}$$

es regular. **[1.25 puntos]**

b) Estudie el rango de la matriz A en los casos en que no sea regular. **[1.25 puntos]**

---

7) Junio 2011

CUESTIÓN A.1: Demuestre, sin utilizar la regla de Sarrus y sin desarrollar directamente por una fila y/o columna, que

$$\begin{vmatrix} x & x+1 & x+2 \\ x & x+3 & x+4 \\ x & x+5 & x+6 \end{vmatrix} = 0.$$

Indique en cada paso qué propiedad (o propiedades) de los determinantes se está utilizando. **[2.5 puntos]**

---

8) Junio 2011

CUESTIÓN B.1: Discuta, en función de los parámetros a y b, el siguiente sistema de ecuaciones. **No hay que resolverlo. [2.5 puntos]**

$$\left.\begin{array}{rcr} x+ay+2z & = & 3 \\ x-3y-z & = & -1 \\ -x+8y+4z & = & b \end{array}\right\}$$

---

9) Septiembre 2010

CUESTIÓN A.1: Definición de rango de una matriz. Calcular el rango de la matriz A en función del parámetro k. **[2.5 puntos]**

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}$$

---

10) Septiembre 2010

CUESTIÓN B.1: Discutir y resolver el sistema siguiente en función de los posibles valores del parámetro k. **[2.5 puntos]**

$$\left.\begin{aligned} x+2y+4z&=0 \\ -2x-4z&=0 \\ x-y+z&=k \end{aligned}\right\}$$

---

11) Junio 2010

CUESTIÓN A.1: Calcular, si es posible, la inversa de la matriz A. **[2.5 puntos]**

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

---

12) Junio 2010

CUESTIÓN B.1: Enunciar el teorema de Rouche-Fröbenius. Aplicar dicho teorema para discutir si el sistema siguiente tiene solución y si la solución es única en función de los posibles valores del parámetro k (no es necesario resolver el sistema). **[2.5 puntos]**

$$\left.\begin{aligned} x-y+z&=k \\ 3x-3y&=0 \\ x+ky+3z&=1 \end{aligned}\right\}$$

---

13) Septiembre 2009

CUESTIÓN 1.A. Calcular, si es posible, la inversa de la matriz A. **[2.5 puntos]**

$$A=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

---

14) Septiembre 2009

CUESTIÓN 1.B. Clasificar el sistema siguiente según los valores del parámetro.
[2.5 puntos]

$$\left.\begin{array}{r} ax+y-z=0 \\ 3x+2y+z=0 \\ -3x+z=0 \end{array}\right\}$$

---

15) Junio 2009

CUESTIÓN 1.A. Calcular el rango de la matriz A según los valores del parámetro. **[2.5 puntos]**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & a \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

---

16) Junio 2009

CUESTIÓN 1.B. Estudiar si el sistema siguiente tiene solución y, en ese caso, resolver por Cramer.
[2.5 puntos]

$$\left.\begin{array}{r} x-y+z=-3 \\ -x-y=1 \\ x-2z=-1 \end{array}\right\}$$

---

17) Septiembre 2008

CUESTIÓN 1.A. Calcular el rango de la matriz A según los valores del parámetro a. **[2.5 puntos]**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & -4 & 2 \\ -3 & 4 & 6 & a \end{pmatrix}$$

---

18) Septiembre 2008

CUESTIÓN 1.B.
i) Enunciar el teorema de Rouché-Fröbenius. **[0.5 puntos]**
ii) Resolver, si es posible, el sistema de ecuaciones lineales siguiente. **[2 puntos]**

$$\left.\begin{array}{r} -2x+y-z=1 \\ -x+3y+2z=2 \\ x-y-2z=3 \end{array}\right\}$$

---

19) Junio 2008

CUESTIÓN 1.A. Calcular, si es posible, la inversa de la matriz A. **[2.5 puntos]**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

---

20) Junio 2008

CUESTIÓN 1.B. Clasificar el sistema siguiente según los valores de los parámetros a y b. **[2.5 puntos]**

$$\left.\begin{aligned} x - y - z &= b \\ -x + y &= 2 \\ x + ay + 2z &= -2 \end{aligned}\right\}$$

---

21) Septiembre 2007

CUESTIÓN 1.A.

i) Enunciar el teorema de Rouché-Fröbenius. **[0.5 puntos]**
ii) Estudiar y resolver, cuando sea posible, el sistema siguiente. **[2 puntos]**

$$\left.\begin{aligned} ax + by &= 0 \\ x + y &= a \end{aligned}\right\}$$

---

22) Septiembre 2007

CUESTIÓN 1.B. Calcule, si es posible, la inversa de la matriz A. **[2.5 puntos]**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

---

23) Junio 2007

CUESTIÓN 1.A.

i) Definición de rango de una matriz. **[0.5 puntos]**
ii) Calcular el rango de A según los valores del parámetro k. **[1 punto]**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 \\ k & k & 3 & -1 \\ -1 & 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

iii) Estudiar si podemos formar una base de $\mathbb{R}^3$ con las columnas de A según los valores del parámetro k. Indique con qué columnas. **[1 punto]**

24) Junio 2007

CUESTIÓN 1.B.

i) Clasificar el sistema siguiente según los valores del parámetro k. **[1.5 puntos]**

ii) Resolver por Cramer para k=2. **[1 punto]**

$$\left.\begin{array}{r} kx+y-2z=0 \\ -x-y+kz=1 \\ x+y+z=k \end{array}\right\}$$

25) Septiembre 2006

CUESTIÓN 1.A.

i) Definición de rango de una matriz. [**0.5 puntos**]

ii) Calcule el rango de la matriz A en función de los valores del parámetro k. [**1 punto**]

$$A=\begin{pmatrix} 1 & k & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

iii) ¿Podemos formar una base de R^3 usando los vectores formados con las columnas de A? ¿Con cuáles? [**1 punto**]

26) Septiembre 2006

CUESTIÓN 1.B.

i) Definición de matriz inversa de una matriz cuadrada. [**0.5 puntos**]

ii) Calcule la inversa de la matriz B. [**2 puntos**]

$$B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

27) Junio 2006

CUESTIÓN 1.A.

i) Enuncie el Teorema de Rouché-Fröbenius [**0.5 puntos**]

ii) Estudie, según los valores del parámetro a, el sistema de ecuaciones lineales siguiente:

$$\left.\begin{array}{r} ax+ay=a \\ x-y+az=a \\ x+2y+3z=a \end{array}\right\}$$

[**2 puntos**]

28) Junio 2006

CUESTIÓN 1.B.

i) Estudiar si los vectores $v_1=(a,-a,1)$, $v_2=(2a,1,1)$, y $v_3=(1,-1,-1)$ son linealmente independientes en función del valor del parámetro a. [**1.5 puntos**]

ii) Cuando sean linealmente dependientes, escribir, si es posible, v_3 como combinación lineal de v_1 y v_2 . [**1 punto**]

29) Septiembre 2005

CUESTIÓN 1.

1. Enunciado del Teorema de Rouché-Frobenius. [0.5 PUNTOS]

2. Los sistemas:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} ax & + & y & + & bz & = & -4 \\ bx & + & ay & + & cz & = & -9 \\ cx & + & by & + & az & = & -11 \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & - & 2y & + & 3z & = & 1 \\ x & & & + & z & = & -1 \\ x & & & - & z & = & 3 \end{array}\right.$$

son equivalentes. Hallar a, b y c. [2 PUNTOS]

---

30) Septiembre 2005

CUESTIÓN 2.

1. Se consideran los vectores: $\mathbf{u}_1 = (1,1,2)$, $\mathbf{u}_2 = (-1,1,0)$, $\mathbf{v}_1 = (0,-1,1)$ y $\mathbf{v}_2 = (1,-2,0)$. Demostrar que para todo número real a, el vector $(-2a,3a,a)$ es combinación lineal de $\mathbf{u}_1$ y $\mathbf{u}_2$ y también de $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$. [1 PUNTO]

2. Elegir tres vectores linealmente independientes entre los $\mathbf{u}_1$, $\mathbf{u}_2$, $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$ y escribir el otro como combinación lineal de ellos. [1.5 PUNTOS]

---

31) Junio 2005

CUESTIÓN 1.

Estudiar, según los valores del parámetro a, el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} & & ay & + & z & = & a-1 \\ -ax & + & (a+1)y & & & = & a \\ ax & - & y & + & (2a-1)z & = & 2a+1 \end{array}\right.$$

---

32) Junio 2005

CUESTIÓN 2.

1. Demostrar que cualquiera que sea el valor de a, los vectores: $\mathbf{u}_1 = (a, 1, 2)$, $\mathbf{u}_2 = (1, 1, a)$ y $\mathbf{u}_3 = (3a - 2, 1, 6 - 2a)$ son linealmente dependientes. **[1 PUNTO]**
2. Si $a = 2$, escribir el vector $\mathbf{w} = (9, 2, 4)$ como combinación lineal de los vectores $\mathbf{u}_1$ y $\mathbf{u}_2$.

[1.5 PUNTOS]

---

33) Septiembre 2004

CUESTIÓN 1.

a) Definición de rango de una matriz. **[0,5 PUNTOS]**

b) Discutir, según los valores del parámetro a, el rango de la matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & a & 1 & a \\ 0 & 1 & a & 1 \\ 1 & a & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

[1,5 PUNTOS]

c) Una matriz de tres filas y cuatro columnas verifica que su segunda columna es toda ceros y la tercera columna es igual a la primera más la cuarta. ¿Cuál es el máximo rango que puede tener? **[0,5 PUNTOS]**

---

34) Septiembre 2004

CUESTIÓN 2.

a) Estudiar, según los valores del número real a, la dependencia lineal de los vectores $\mathbf{e}_1 = (1, 0, a)$, $\mathbf{e}_2 = (2, a, -1)$ y $\mathbf{e}_3 = (0, 1, a)$. **[1 PUNTO]**

b) Para $a = 2$, escribir el vector $(-4, -8, 3)$ como combinación lineal de los $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$ y $\mathbf{e}_3$. **[1,5 PUNTOS]**

---

35) Junio 2004

CUESTIÓN 1.

a) Estudiar, según los valores del parámetro a, el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} x & + & ay & - & z & = & a \\ 2ax & - & y & + & az & = & 1 \\ 3x & - & y & + & z & = & 0 \end{array} \right.$$

[1,5 PUNTOS]

b) Resolverlo, si es posible, utilizando la regla de Cramer para el valor $a = -1$. **[1 PUNTO]**

---

36) Junio 2004

CUESTIÓN 2.

Dados los vectores de $\mathbb{R}^3$ $\mathbf{e}_1 = (1,1,2)$, $\mathbf{e}_2 = (2,5,1)$, $\mathbf{e}_3 = (0,1,1)$ y $\mathbf{e}_4 = (-1,1,0)$, encontrar tres de ellos que formen una base de $\mathbb{R}^3$ y escribir el otro como combinación lineal de dicha base.

---

37) Septiembre 2003

CUESTIÓN 1.

(a) Estudie, en función de los valores del parámetro a, el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} 2x & + & ay & + & z & = & 5 \\ x & + & ay & + & z & = & 1 \\ 2x & + & (a+1)y & + & (a+1)z & = & 0 \end{array}\right.$$

[2 PUNTOS]

(b) Resuélvalo para $a = 2$, utilizando la Regla de Cramer. **[0.5 PUNTOS]**

---

38) Septiembre 2003

CUESTIÓN 2.

(a) Encuentre para qué valores de a los vectores: $\mathbf{v}_1 = (2, 2a, 4)$, $\mathbf{v}_2 = (0, a, 1)$ y $\mathbf{v}_3 = (1,1,1)$ son linealmente independientes. **[0.5 PUNTOS]**

(b) Exprese, si es posible, el vector $\mathbf{w} = (a, b, c)$, donde b y c son números reales arbitrarios, como combinación lineal de los vectores $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ y $\mathbf{v}_3$. **[2 PUNTOS]**

---

39) Junio 2003

CUESTIÓN 1.

(a) Enuncie el Teorema de Rouche-Fröbenius. **[0.5 PUNTOS]**

(b) Discuta, en función de los valores del parámetro a, el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & ay & + & z & = & a \\ 2x & + & ay & + & az & = & 1 \\ x & + & y & + & az & = & 1 \end{array}\right.$$

[2 PUNTOS]

---

40) Junio 2003

CUESTIÓN 2.

(a) Encuentre el valor del parámetro a para que los vectores: $\mathbf{v}_1 = (1, a, 2)$, $\mathbf{v}_2 = (2, a, 1)$ y $\mathbf{v}_3 = (1,1,1)$ sean linealmente dependientes. **[0.5 PUNTOS]**

(b) Si $a = 1$, escriba el vector $\mathbf{w} = (6, 0, 2)$ como combinación lineal de los vectores anteriores.

[2 PUNTOS]

---

41) Septiembre 2002

CUESTIÓN 1.

a) Defina qué se entiende por conjunto de vectores linealmente independientes. **[0.5 PUNTOS]**

b) Determine, en función de los valores de λ y μ, el máximo número de vectores independientes que se puede extraer del siguiente conjunto de vectores:

$$(2\lambda - 1, \lambda, \lambda), \qquad (2\lambda - 1, \mu - 1, 0), \qquad (\lambda, \lambda, \lambda)$$

[2 PUNTOS]

---

42) Septiembre 2002

CUESTIÓN 2.

a) Enuncie el Teorema de Rouché-Fröbenius. **[0.5 PUNTOS]**

b) Clasifique, según los valores de λ, el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} \lambda x & + & y & + & z & = & \lambda \\ x & + & y & + & \lambda z & = & \lambda \\ x & + & y & + & z & = & \lambda \end{array}\right.$$

[1.5 PUNTOS]

c) Resuélvalo, si es posible, para $\lambda = 1$. **[0.5 PUNTOS]**

---

43) Junio 2002

CUESTIÓN 1.

a) Clasifique, en función de los valores del parámetro λ, el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & - & y & + & \lambda z & = & 2 \\ \lambda x & + & \lambda y & - & z & = & 5 \\ (\lambda+1)x & + & \lambda y & - & z & = & \lambda \end{array}\right.$$

[2 PUNTOS]

b) Resuélvalo, si es posible, para $\lambda = 0$. **[0.5 PUNTOS]**

---

44) Junio 2002

CUESTIÓN 2.

a) Encuentre para qué valor de λ los vectores:

$$(1, 1, \lambda), \qquad (2, -1, \lambda), \qquad (3, 0, 1)$$

son linealmente dependientes. **[1 PUNTO]**

b) Para $\lambda = 1$, exprese el vector $\mathbf{v} = (1, 5, 1)$, como combinación lineal de los tres vectores dados en el apartado anterior. **[1.5 PUNTOS]**

---

45) Septiembre 2001

CUESTIÓN 1.

a) Enuncie el Teorema de Rouché-Fröbenius. **[0.5 PUNTOS]**

b) ¿Puede un sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas tener únicamente dos soluciones distintas?. Justifique la respuesta.

[0.5 PUNTOS]

c) Estudie, utilizando el Teorema de Rouché-Fröbenius, el sistema:

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & + & z & = & 3 \\ 2x & + & y & - & 3z & = & 1 \\ 8x & - & 5y & + & 3z & = & 19 \end{array}\right\}$$

[1.5 PUNTOS]

---

46) Septiembre 2001

CUESTIÓN 2.

a) Discuta, según los valores del parámetro a, el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & az & = & 1 \\ ax & + & y & + & z & = & 3 \\ x & + & 2y & + & az & = & 5 \end{array}\right\}$$

[2 PUNTOS]

b) Resuélvalo, si es posible, para el caso de $a = 2$. **[0.5 PUNTOS]**

---

47) Junio 2001

CUESTIÓN 1.

a) Discuta, según los valores del parámetro a, el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} ax & + & y & + & z & = & a \\ x & + & y & + & z & = & a \\ & & y & + & az & = & 2 \end{array}\right\}$$

[1.5 PUNTOS]

b) Resuélvalo, si es posible, para el caso de a=1. **[1 PUNTO]**

---

48) Junio 2001

CUESTIÓN 2.

a) Defina rango de una matriz. **[0.5 PUNTOS]**

b) Si **A** es una matriz y $a \in \mathbb{R}$, ¿cuándo se cumple que rango(a**A**)=rango(**A**)?. Justifique la respuesta.

[0.5 PUNTOS]

c) Estudie, en función de los valores de a, el rango de la matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -a \\ a & -1 & 1 & a \\ 1 & 1 & 1 & a \end{pmatrix}$$

[1.5 PUNTOS]

---

49) Septiembre 2000

CUESTIÓN 1: a) Estudie si los vectores $v_1=(2,1,-1)$ y $v_2=(1,-1,1)$ son linealmente independientes. **(1 P)**

b) Escriba la relación que deben verificar las coordenadas de un vector v=(a,b,c) para que sea combinación lineal de v_1 y v_2. **(1.5 P)**

---

50) Septiembre 2000

CUESTIÓN 2: a) Enuncie el Teorema de Rouche-Fröbenius. **(0.5 P)**

b) Discuta, en función de los valores de los parámetros a y b, el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x + ay + z = 1 \\ x + y + az = b \\ x - y + z = 3 \end{cases}$$

(2 P)

---

51) Junio 2000

CUESTIÓN 1: a) Defina a qué se llama rango de una matriz. **(0.5 P)**

b) Encuentre, en función de los valores del parámetro a, el rango de la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & a & 1 & 1 \\ 1 & a & a & 1 \\ 1 & 1 & a & a \end{pmatrix}$$

(2 P)

---

52) Junio 2000

CUESTIÓN 2: Determine un vector **v** de R^3, sabiendo que:

- La suma de sus coordenadas es 3.
- **v** es combinación lineal de los vectores (2,2,2) y (-1,1,0).
- Los vectores (1,0,1), (0,1,0) y **v** son linealmente dependientes.

---

53) Septiembre 1999

CUESTIÓN 1: a) Encuentre el número de vectores linealmente independientes que hay en el conjunto de vectores:

$$S = \{(1,1,1), (0,2,1), (2,0,-3), (-1,1,2)\} \qquad \textbf{(1 P)}$$

b) Un vector tiene sus tres componentes iguales y distintas de cero. ¿Puede escribirse como combinación lineal de los dos primeros vectores de S?. **(0.75 P)**

c) Determine un vector que, teniendo sus dos primeras componentes igual a 1, se pueda poner como combinación lineal de los vectores segundo y tercero de S. **(0.75 P)**

---

54) Septiembre 1999

CUESTIÓN 2: a) Defina a qué se llama rango de una matriz. **(0.5 P)**

b) Si r(A) es el rango de la matriz A, indique, razonando la respuesta, cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas:

i) $r(A) = r(-A)$. ($-A$ es la matriz opuesta de la A). **(0.4 P)**
ii) $r(A) = r(A^t)$. (A^t es la matriz traspuesta de la A). **(0.4 P)**
iii) $r(A+B) = r(A) + r(B)$. **(0.4 P)**
iv) $r(A^2) = (r(A))^2$. **(0.4 P)**
v) $r(A) = r(A^{-1})$, si A tiene inversa. (A^{-1} es la matriz inversa de la A). **(0.4 P)**

---

55) Junio 1999

CUESTIÓN 1: **a)** Se considera la matriz: $A=\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ donde a, b y c son tres números reales arbitrarios. Encuentre A^n para todo número natural n. **(1 P)**

b) Sea B una matriz 3x3 arbitraria. Indique, justificando la respuesta, si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones:

i) Si el rango de B es 2, entonces el rango de B^2 también es 2. **(0.5 P)**
ii) Si el rango de B es 3, entonces el rango de B^3 también es 3. **(0.5 P)**

---

56) Junio 1999

CUESTIÓN 2: Discuta, en función de los valores de los parámetros λ y μ, el sistema:

$$\begin{cases} (\lambda+1)x + 3y + \lambda z = 1 \\ 3x + (\lambda+1)y + 2z = \mu - 1 \\ \lambda x + 2y + \lambda z = 2 \end{cases}$$

---

57) Septiembre 1998

1. Discutir, según los valores de los parámetros λ y μ, el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{l}(1+\lambda)x - y + \lambda z = 0\\ \mu x + \lambda y + \mu z = \lambda\\ \lambda x + \lambda z = \mu + 1\end{array}\right\}$$

---

58) Septiembre 1998

2. Encontrar la forma de todas las matrices X ∈ M_3 (IR) (cuadradas tres por tres con coeficientes reales) tales que XA = AX, donde

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0\\ 0 & 3 & 1\\ 0 & 0 & 3\end{pmatrix}$$

---

59) Junio 1998

1. Discutir, según los valores de los parámetros λ y μ, el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{l}x + (\lambda+1)y + \mu z = \lambda\\ \lambda + \mu z = \lambda\mu\\ x + 2y + z = \mu\end{array}\right\}$$

---

60) Junio 1998

2. ¿Forman los vectores (1, 1, l), (2, 1, - 1) y (1, 0, 5) una base de IR^3?. En caso afirmativo, encontrar las coordenadas del vector (2, 3, -16) respecto a dicha base.

---

61) Septiembre 1997

1. Definición de sistemas de ecuaciones lineales equivalentes. Dados los sistemas:

$$\left.\begin{array}{l}x + 6y - z = 67\\ 3x - y + 2z = 14\\ x + y + z = 13\end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{l}x - 6y + z = 12\\ 3x + y - 2z = 14\\ 5x - 11y = 38\end{array}\right\}$$

Resolver el primero por Cramer y el segundo por Gauss. ¿Son equivalentes los sistemas?

---

62) Septiembre 1997

2. Discutir según los valores del parámetro A, el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{l} x+\lambda y+z=\lambda+2 \\ x+y+\lambda z=-2\lambda-2 \\ \lambda x+y+z=\lambda \end{array}\right\}$$

Resolverlo en el caso de que resulte compatible indeterminado.

---

63) Junio 1997

1. Discutir según los valores de los parámetros λ y μ, el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{l} \lambda x+y+2\mu z=1 \\ 2\mu x+y+2\mu z=1+3\lambda \\ \mu x+\mu z=2\lambda \end{array}\right\}$$

---

64) Junio 1997

2. Un número capicúa de cinco cifras verifica:

i) La suma de sus cifras es 9,
ii) La cifra de las centenas es igual a la suma de la de las unidades y la de las decenas,
iii) Si se intercambian las cifras de las unidades y decenas, el número resultante disminuye en 9.

Encontrar el número.

---

65) Septiembre 1996

2. Estudiar, según los valores del parámetro A, el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{l} x-y+\lambda z=\lambda \\ x+\lambda y=\lambda \\ y+\lambda z=\lambda \end{array}\right\}$$

---

66) Junio 1996

1. Estudiar, según los valores del parámetro λ, el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{rcl} \lambda x+y & = & 1 \\ \lambda y+z & = & 1 \\ \lambda x+2y+z & = & 1 \end{array}\right\}$$

Resolverlo en el caso que sea compatible indeterminado.

---

67) Junio 1996

2. Una matriz A de tipo 3×3 tiene rango 3. Se suprime de A una fila y una columna obteniendose una nueva matriz B. ¿Cuáles son los posibles valores del rango de B?. Justificar la respuesta y dar un ejemplo de cada posible caso.